

## «Замечательные неравенства» 10 класс

### 1. Планируемые результаты освоения учебного предмета, курса.

#### Умения и навыки обучающихся, формируемые курсом:

- навык самостоятельной работы с дополнительной литературой, интернетом;
- составление алгоритмов решения типичных задач;
- умение решать рациональные неравенства и их системы; линейные и квадратные неравенства и их системы;
- умение строить графики функций и читать их;
- умение решать неравенства, содержащие квадратные корни;
- умение решать текстовые задачи;
- умение решать геометрические задачи.

В результате изучения программы ученик должен:

#### знать/понимать

- существо понятия алгоритма; примеры алгоритмов;
- как используются математические формулы, уравнения и неравенства; примеры их применения для решения математических и практических задач;
- как математически определенные функции могут описывать реальные зависимости; приводить примеры такого описания;
- как потребности практики привели математическую науку к необходимости расширения понятия числа;
- смысл идеализации, позволяющей решать задачи реальной действительности математическими методами, примеры ошибок, возникающих при идеализации;

#### уметь

- составлять буквенные выражения и формулы по условиям задач; осуществлять в выражениях и формулах числовые подстановки и выполнять соответствующие вычисления, осуществлять подстановку одного выражения в другое; выражать из формул одну переменную через остальные;
- применять свойства арифметических корней для вычисления значений и преобразований числовых выражений, содержащих корни;
- решать линейные, квадратные, рациональные неравенства с одной переменной и их системы;
- решать текстовые задачи алгебраическим методом, интерпретировать полученный результат, проводить отбор решений, исходя из формулировки задачи;
- определять координаты точки плоскости, строить точки с заданными координатами; изображать множество решений линейного неравенства;
- находить значения функции, заданной формулой, таблицей, графиком по ее аргументу; находить значение аргумента по значению функции, заданной графиком или таблицей;
- определять свойства функции по ее графику; применять графические представления при решении уравнений, систем, неравенств;
- описывать свойства изученных функций, строить их графики;
- научиться методами решения некоторых классов задач оптимизационного характера без применения средств дифференциального исчисления, а также (пусть и на интуитивном уровне) для ознакомления с некоторыми идеями такого раздела современной математики, как выпуклый анализ.

#### использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- выполнения расчетов по формулам, составления формул, выражающих зависимости между реальными величинами; нахождения нужной формулы в справочных материалах;
- описания зависимостей между физическими величинами, соответствующими формулами при исследовании несложных практических ситуаций;

- интерпретации графиков реальных зависимостей между величинами.

## 2. Содержание учебного предмета, курса.

**Замечательные неравенства .** Числовые неравенства и их свойства. Основные методы установления истинности числовых неравенств. Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применение. Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных. Неравенство Коши—Буняковского и его применение к решению задач. Неравенства подсказывают методы их обоснования.

**Средние степенные величины, соотношения между ними и другие источники замечательных неравенств.** Средние арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое в случае двух параметров. Геометрические интерпретации. Среднее арифметико-геометрическое Гаусса и среднее арифметико-гармоническое. Симметрические средние. Круговые неравенства. Среднее арифметическое взвешенное и его свойства. Средние степенные и средние взвешенные степенные.

**Неравенство Чебышева.** Неравенство Чебышева: простейший вариант и его обобщение, порожденное понятием одномонотонной последовательности. Неравенства, обобщающие как неравенство Чебышева, так и неравенство Коши—Буняковского.

**Генераторы замечательных неравенств .** Свойства квадратичной функции; геометрические модели. Свойства одномонотонных последовательностей — источник замечательных неравенств. Неравенство Иенсона (выпуклые фигуры и выпуклые функции, свойства центра масс конечной системы материальных точек). Исследование функции на выпуклость и вогнутость средствами математического анализа. Неравенства Коши—Гельдера и Минковского.

### **Применение неравенств.**

Неравенства в математической статистике и экономике. Задачи на оптимизацию. Поиск наибольших и наименьших значений функций с помощью замечательных неравенств.